d'on

$$\frac{xy}{xy+z}+\frac{yz}{yz+x}+\frac{zx}{zx+y}=$$
$$=\frac{x^2y+x^2z+y^2z+y^2x+z^2x+z^2y}{(x+y)(y+z)(z+x)}.$$

Ara bé,

$$(x+y)(y+z)(z+x)=$$
$$=x^2y+x^2z+y^2z+y^2x+z^2x+z^2y+2xyz$$

i, per tant,

$$\frac{xy}{xy+z}+\frac{yz}{yz+x}+\frac{zx}{zx+y}=$$
$$=1-\frac{2xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)}.$$

Però

$$x+y\geq 2\sqrt{xy}\,,\quad y+z\geq 2\sqrt{yz}\,,\quad z+x\geq 2\sqrt{zx}$$

amb igualtat només en els casos respectius $x=y$, $y=z$ i $z=x$ i, així,

$$\frac{2xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)}\leq\frac{2xyz}{8\sqrt{xy}\sqrt{yz}\sqrt{zx}}=\frac{1}{4}$$

de manera que

$$\frac{xy}{xy+z}+\frac{yz}{yz+x}+\frac{zx}{zx+y}=$$
$$=1-\frac{2xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)}\geq 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

amb igualtat si, i només si, $x=y=z$.

Per tant, l'única terna de nombres reals positius que és solució del sistema és

$$(x,y,z)=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right).$$

Carles Romero
IES Manuel Blancafort, la Garriga

Tesis

- Javier Barajas Tomás va llegir la seva tesi, dirigida per Oriol Serra Albó, titulada *Coloring problems in Cayley graphs*, el dia 22 de juny de 2007. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada IV de la Universitat Politècnica de Catalunya.

El problema de trobar el nombre cromàtic d'un graf, el cardinal mínim d'una partició en conjunts independents, és tan antic com la mateixa teoria de grafs, i el seu estudi ha donat lloc a una bona part dels conceptes de la teoria tal com es coneix actualment. Els problemes relacionats amb la coloració de grafs continuen sent una àrea prolífica i fecunda. Un bon exemple és el llibre de Jensen i Toft *Graph Coloring Problems*, on aquests autors descriuen l'estat de la qüestió de més de dos-cents problemes oberts en aquest camp, i on destaquen en particular el problema de trobar el nombre cromàtic dels anomenats grafs distància, que constitueix una de les principals motivacions de la recerca desenvolupada en aquesta tesi.

Els grafs distància i els grafs circulants són grafs de Cayley (grafs amb un grup d'automorfismes transitiu i regular) de grups cíclics. La determinació del seu número cromàtic, en els casos que és viable, ha estat objecte d'atenció considerable a la literatura, i és el tema central d'aquesta tesi. Un dels mètodes que s'utilitzen amb més freqüència per acolorir grafs circulants vincula aquest problema amb l'anomenat «problema del corredor solitari», un altre dels temes centrals d'aquest treball. Una de les contribucions principals d'aquesta tesi és la introducció d'una eina algebraica, que anomenem el Lemma de filtre per primers (Prime Filtering Lemma), i que fa servir una successió d'ideals encaixats per a distribuir elements a l'anell de congruències mòdul n, fent servir multiplicadors adequats. Aquesta eina s'utilitza de manera sistemàtica per tractar diversos problemes de coloració en grafs distància i grafs circulants. En primer lloc es resol el primer cas obert, per a grau vuit, d'una conjectura de Zhu que afirma que el nombre

cromàtic assoleix el seu valor màxim en aquests grafs només si hi ha una *clique* gran (a diferència del que es pot dir en grafs arbitraris). S'estudia també la situació en el següent cas obert, per a grau deu, en el qual la conjectura original s'ha demostrat falsa, establint una caracterització quasi completa dels grafs amb nombre cromàtic màxim. Les tècniques que es fan servir per a tractar aquest problema estan relacionades amb l'anomenat problema del corredor solitari, que té nombroses aplicacions a la teoria de nombres (aproximació diofantina), a la geometria computacional (View Obstruction) o a la teoria de matroides (fluxos en grafs), a més de les aplicacions al nombre cromàtic que es consideren aquí. En contribucions de diversos autors el problema ha estat resolt fins a sis corredors i aquí es dóna una prova relativament compacta (en comparació dels treballs anteriors) que resol el primer cas obert amb set corredors.

La tesi es tanca aplicant els resultats anteriors a l'estudi del nombre cromàtic en grafs circulants. Aquest problema és algorísmicament difícil (NP-dur) en general, però es poden tractar els casos de grau fins a sis (completant caracteritzacions parcials aparegudes a la literatura), casos amb conjunts de generadors estructurats (conjunts quasiminimals) o seqüències de distàncies poc denses. Per al cas general donem una cota asimptòtica òptima que és bàsicament la meitat del grau.

- Ivan Merillas Santos va llegir la seva tesi, dirigida per Gerard Olivar Tost i Carles Batlle Arnau, titulada *Modeling and numerical study of nonsmooth dynamical systems. Applications to mechanical and power electronics systems*, el dia 22 de juliol de 2007. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada IV de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Aquesta tesi tracta sobre el modelatge i l'estudi numèric de sistemes dinàmics no suaus (SDNS). La primera part consisteix en el modelatge d'alguns convertidors de potència dc-dc usant el formalisme complementari. Aquest marc teòric matemàtic permet assegurar existència i unicitat de solucions d'una manera natural i sintètica.

Específicament funciona molt bé per a convertidors electrònics de potència perquè incorporen modes generalitzats de conducció discontínua, caracteritzats per una reducció de la dimensió de la dinàmica efectiva. Per a sistemes amb un sol díode, s'han presentat condicions analítiques per a les variables d'estat per a la presència de modes generalitzats de conducció discontínua, i resultats de simulacions mostrant una varietat de comportaments com ara persistència o reentrada de modes generalitzats de conducció discontínua. A més, s'ha modelat, analitzat i simulat un convertidor de potència en paral·lel, el qual té quatre díodes i il·lustra la conveniència del formalisme complementari per a simular sistemes elèctrics amb un gran nombre de díodes ideals. Per acabar aquesta primera part s'ha presentat la simulació d'un convertidor elevador usant un control mode lliscant, malgrat que no s'ha desenvolupat encara una teoria general de control per a sistemes complementaris.

La segona part de la tesi se centra en l'anàlisi de bifurcacions en SDNS, i concretament en sistemes mecànics amb impactes o fricció. És conegut que certs sistemes no suaus o discontinus poden mostrar les bifurcacions exhibides en sistemes suaus com ara bifurcacions de doblatge de període, sella-node, etc. A més d'aquestes, hi ha també algunes noves transicions anomenades bifurcacions induïdes per discontinuïtats, que són úniques d'aquests sistemes. En el capítol 3 d'aquesta tesi s'ha estudiat el comportament complex d'un sistema *cam-follower*, que és una classe de sistema mecànic amb impactes. Sota variacions de la velocitat rotacional del *cam* s'han analitzat diferents bifurcacions induïdes per dicontinuïtats, com ara bifurcacions d'impacte amb cantonades i transicions de *chattering* complet a incomplet. A més, s'han trobat condicions necessàries per a òrbites periòdiques amb un sol impacte, i s'han continuat diferents òrbites periòdiques. Per a concloure aquest capítol s'han analitzat regions de coexistència de solucions usant diagrames de domini d'atracció amb un mètode de mapatge cel·la a cel·la.

Un altre tipus de bifurcacions induïdes per discontinuïtats, recentment classificades, són les anomenades bifurcacions de lliscament. Aquestes bifurcacions són un comportament característic dels anomenats sistemes de Filip-

pov. Es poden identificar quatre possibles casos: *crossing-sliding*, *grazing-sliding*, *switching-sliding* i *adding-sliding*. En el capítol 4 s'han presentat exemples detallats de tots els possibles escenaris en un oscil·lador amb fricció seca, usant una característica de fricció mesurada experimentalment i introduïda per Popp. A més, s'ha presentat una *switching-sliding*, bifurcació degenerada de codimensió dos. En aquest cas, neixen del punt de codimensió dos dues corbes de bifurcació de lliscament de codimensió u, una *crossing-sliding*, i una *adding-sliding*. D'altra banda s'ha mostrat una bifurcació suau de codimensió dos anomenada cúspide i s'ha estudiat la coexistència d'òrbites periòdiques a la regió c compresa entre ambdues bifurcacions sella-node.

En el capítol 5 s'ha investigat la dinàmica del model Burridge-Knoppoff amb dos blocs per a la simulació de terratrèmols. Certs estudis numèrics prèviament realitzats per Nussbaum i Ruina van verificar que, amb una força de fricció de tipus Coulomb (és a dir, amb coeficient de fricció dinàmica constant), el sistema presenta només comportament periòdic. Tanmateix, s'ha mostrat que també poden ser observades regions caòtiques en una configuració simètrica, fins i tot utilitzant una fricció de Coulomb, si un dels supòsits usualment emprats en la literatura de sismologia no és considerat. Per un altre costat, s'ha estudiat el comportament del sistema en una configuració asimètrica. Variant l'asimetria del sistema s'han observat diferents solucions periòdiques i regions de caos. Respecte al punt de vista de l'anàlisi de bifurcacions, s'han analitzat diverses bifurcacions suaus i induïdes per discontinuïtats en aquest sistema.

En el capítol 6, es presenta la plataforma de programari Siconos, dedicada a la simulació de SDNS. Primerament es dóna una visió general d'aquest programari i s'explica la manera en la qual els SDNS són modelats i simulats dins d'aquesta plataforma. A més, s'han explicat en detall les rutines per a l'anàlisi (estabilitat, bifurcacions, varietats invariants...) dels SDNS implementats a la pltaforma. Per a concloure aquesta part, es mostren diversos exemples representatius per tal d'il·lustrar les possibilitats de la plataforma Siconos.

Finalment, a l'últim capítol es presenten les conclusions d'aquesta tesi i alguns problemes encara oberts per a futures línies d'investigació.

- Salvador Rodríguez i López va llegir la seva tesi, dirigida per María Jesús Carro Rossell, titulada *Transference theory between quasi-banach function spaces with applications to the restriction of fourier multipliers*, el dia 28 d'abril de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi, Universitat de Barcelona.

La teoria de transferència va ser iniciada en la dècada dels setanta en el camp dels espais de Lebesgue L^p per R. Coifman i G. Weiss. Una gran varietat d'aplicacions en teoria ergòdica, teoria d'operadors i restricció de multiplicadors de Fourier entre espais L^p van provar la potència d'aquestes tècniques. Per ser més específic, si G és un grup topològic localment compacte, que per fixar idees suposarem que és $\mathbb{R}$, denotem per B_K l'operador de convolució en $L^p(G)$ donat per

$$B_K(\phi)(v) = \int_G K(u)\phi(v-u)du,$$

per a $\phi \in L^p(G)$ amb $K \in L^1(G)$. Sigui $(\mathcal{M}, \mu)$ un espai de mesura arbitrari. L'*operador de transferència* T_K es defineix per a $f \in L^p(\mathcal{M})$ per la integral vectorial

$$T_K f = \int_G K(u) R_{-u} f \, du,$$

on R és una representació contínua de G en el grup d'operadors lineals i afitats $\mathfrak{B}(L^p(\mathcal{M}))$ dotat de la topologia forta d'operadors. L'exemple més bàsic de representació sorgeix de l'acció de G en si mateix per translacions, definides per $R_u f(v) = f(v+u)$, que porta a veure l'operador de transferència com una generalització de la convolució.

Les tècniques de transferència estudien la interacció, centrant-se en la conservació de desigualtats entre espais de funcions, entre la convolució i l'operador de transferència. Per exemple, en el cas clàssic, R. Coifman i

G. Weiss obtingueren sota la hipòtesi $c := \sup_{u\in G} \|R_u\|_{\mathfrak{B}(L^p(\mathcal{M}))} < +\infty$ que:

Teorema 1 *L'operador T_K és afitat en $L^p(\mathcal{M})$ i la seva norma no excedeix $c^2N(K)$, on $N(K)$ denota la norma de l'operador de B_K en $L^p(G)$.*

Clarament, la norma de T_K no és més gran que $c\,\|K\|_{L^1(G)}$. El tret essencial del resultat previ és que la seva norma és dominada per $c^2N(K)$ perquè, en molts casos, $N(K)$ és molt més petit que $\|K\|_{L^1}$. Aquest resultat permet reduir la qüestió de l'afitació de l'operador T_K al problema corresponent per a una convolució. Així, per exemple, l'afitació de la transformada de Hilbert Ergòdica introduïda per M. Cotlar, que està essencialment definida per l'expressió

$$\mathcal{H}f(x) = \int_{\mathbb{R}} f(T_{-t}x)\frac{dt}{t\pi},$$

on $\{T_t\}_{t\in\mathbb{R}^n}$ és un grup de transformacions que preserven la mesura, es pot deduir de les corresponents afitacions de la transformada de Hilbert, que és precisament l'operador de convolució amb nucli $K(t) = 1/t\pi$.

Aquesta teoria ha estat el principal objecte d'estudi de la tesi doctoral on es desenvolupen diverses tècniques de transferència, obtenint resultats similars al teorema 1, per a espais quasi-Banach més generals que els espais de Lebesgue L^p, com els espais de Lorentz $L^{p,q}$ o els espais de Lebesgue amb pesos $L^p(w)$. Els avenços més significatius obtinguts han permès produir nous resultats en l'àmbit de la restricció de multiplicadors de Fourier entre espais invariants per reordenació i espais $L^p(w)$ amb pes.

- Joana Isabel Afonso Mourão Terra va llegir la seva tesi, dirigida per Xavier Cabré Vilagut, titulada *Nonlinear elliptic PDE's: stability properties of saddle-shaped and minimal solutions*, el dia 18 de juny de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.

En aquesta tesi s'estudien solucions fitades d'equacions de difusió de la forma $-\Delta u = f(u)$ a $\mathbb{R}^n$, que és l'equació d'Euler-Lagrange associada al funcional d'energia $\int_\Omega \left(\frac{1}{2}|\nabla u|^2 + G(u)\right) dx$, on $G' = -f$. Durant la darrera dècada, hi ha nombrosos treballs sobre les propietats de simetria de les solucions, motivats per una conjectura de De Giorgi (1978): els conjunts de nivell de tota solució fitada i monòtona de l'equació d'Allen-Cahn —on $f(u) = u - u^3$— són hiperplans, almenys si $n \leq 8$. Ghoussoub i Gui per a $n = 2$ i Ambrosio i Cabré per a $n = 3$ van provar la veracitat d'aquesta conjectura. Per a $4 \leq n \leq 8$, Savin va demostrar una versió lleugerament més feble de la conjectura.

D'altra banda, Savin va provar que, si u és una solució minimitzant global a $\mathbb{R}^n$ amb $n \leq 7$, llavors els conjunts de nivell de u són hiperplans. Per minimitzant global entenem un minimitzant absolut de l'energia pel que fa a pertorbacions amb suport compacte. S'espera que el resultat de Savin sigui òptim.

Els candidats naturals per a ser minimitzants globals per a $n \geq 8$ són les solucions de tipus sella, és a dir, solucions que depenen només de dues variables radials $s = |x^1|$ i $t = |x^2|$, canvien de signe a $\mathbb{R}^{2m} = \{x = (x^1, x^2) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m\}$, i s'anul·len sobre el con de Simons $\mathcal{C} = \{s = t\}$.

Tot minimitzant global és estable, ès a dir, la seva segona variació d'energia per pertorbacions a suport compacte és positiva o nul·la. Així, per a estudiar els minimitzants globals és útil estudiar primer la seva estabilitat. Dang, Fife i Peletier van estudiar les solucions de tipus sella només per a $n = 2$. Schatzman va provar la seva inestabilitat per a $n = 2$.

A la tesi demostrem l'existència d'una solució de tipus sella en totes les dimensions parelles. A més, si u és una solució de tipus sella provem que $|u(x)| \leq |u_0(z)|$, on $z = (s-t)/\sqrt{2}$ és la distància al con $\mathcal{C}$ i u_0 és la solució 1-D que s'anul·la a l'origen. Demostrem a continuació un teorema de comportament asimptòtic que estabelix que tota solució de tipus sella convergeix uniformement fora de compactes a la funció $U(x) = u_0(z)$. Amb la cota i el resultat asimptòtic precedents demostrem la inestabilitat fora de tot compacte de tota solució de tipus sella per a $n = 4$. En consequència, es prova que l'índex de Morse de tals solucions és infinit. En dimensió 6 la prova requereix conèixer

la monotonia en certes direccions de la solució sella maximal, propietat que establim en tota dimensió $n = 2m$.

En l'últim capítol estudiem solucions estables positives o nul·les del problema no variacional $-\Delta u - b(x)|\nabla u|^2 = \lambda g(u)$ a Ω amb $u = 0$ a $\partial\Omega$, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ un domini suau i fitat, $\lambda \geq 0$ un paràmetre i $b(x)$ una funció fitada. Les propietats de u depenen de $b(x)$ i de g.

Si $b(x) = b > 0$, usant la transformació de Hopf-Cole $v = e^{bu} - 1$ obtenim un problema variacional per a v del tipus $-\Delta v = \lambda f(v)$ en Ω. Per a aquest problema existeixen resultats d'existència i regularitat per a solucions estables. En aquesta tesi establim resultats similars d'existència i regularitat per al cas no variacional on $b(x)$ no és constant.

- Jinggang Tan va llegir la seva tesi, dirigida per Xavier Cabré Vilagut i Patricio Felmer, titulada *Análisis no lineal para un retículo elástico y para un laplaciano fraccionario*, el dia 3 de juliol de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.

El primer problema abordat en aquesta tesi és la demostració d'existència de solucions periòdiques per a un sistema d'equacions en derivades parcials que modela els moviments de reticles elàstics dos dimensionals. Més precisament, l'estat de cada punt $l = 1, 2, \ldots, N$ del reticle és representat per $u^L(x,t)$. Aquest sistema amb condicions periòdiques de Dirichlet posseeix un hamiltonià amb energia cinètica $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}(|\partial_t u^l|^2 - |\partial_x u^l|^2)\,dx\,dt$ i energia potencial $\sum_{l=1}^{N}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{|u^{l+1}-u^l|^{p+1}}{p+1}\,dx\,dt$. Com que involucra l'operador d'ones $\partial_t^2 - \partial_x^2$, el corresponent funcional és fortament indefinit. En el cas autònom, apliquem el teorema de l'enllaç de Benci i Rabinowitz a aquest funcional definit en un espai Hilbert, la qual cosa ens condueix a l'existència d'infinites solucions periòdiques. Per a tractar el cas d'un reticle forçat, hem d'utilitzar mètodes globals si les forces externes no són petites. El nostre estudi es basa també en mètodes clàssics en equacions en derivades parcials del càlcul de variacions que són inspirats pel cas autònom. La demostració d'infinites solucions en el cas forçat es basa en el mètode de pertorbació de simetria, que va ser desenvolupat per Bahri, Berestycki, Struwe, Rabinowitz i Tanaka. Combinant les estimacions de l'índex de Morse i l'anàlisi de l'espectre de l'operador d'ones multidimensional, i també usant un teorema de punts crítics de Rabinowitz, establim l'existència d'un nombre infinit de solucions periòdiques.

La segona part d'aquesta tesi està dedicada a l'estudi de problemes no lineals que involucren un operador no local: l'arrel quadrada del laplacià $-\Delta$ en un domini fitat Ω de R^n amb la condició nul·la de Dirichlet en la frontera. Designem aquest operador per $A_{1/2}$ i estudiem problemes no lineals $A_{1/2}u = f(u)$ a Ω i $u = 0$ sobre $\partial\Omega$ amb mètodes del càlcul de variacions en equacions en derivades parcials. Una eina important en la nostra anàlisi és realitzar aquest problema no local a través d'un problema local en el semicilindre $\Omega \times (0,\infty)$ amb condicions no lineals de Neumann en la part $\Omega \times \{0\}$ de la frontera del semicilindre i amb condició nul·la de Dirichlet a la part $\partial\Omega \times (0,\infty)$ de la vora. Demostrem una fórmula de tipus Pohozaev per aconseguir un resultat de no-existència en els casos crític i supercrític quan Ω és estrellat: $f(u) = u^p$, per a $p \geq \frac{n+1}{n-1}$. Establim l'existència de solucions positives per al cas subcrític $1 < p < \frac{n+1}{n-1}$ en un domini fitat i en el cas crític amb una petita pertorbació usant la tècnica de Brézis i Nirenberg: $f(u) = u^{\frac{n+1}{n-1}} + \mu u$, $(\mu \geq 0)$. Demostrem la regularitat i una estimació L^∞ de solucions febles. També obtenim un resultat de simetria de tipus Gidas-Ni-Nirenberg usant el mètode dels plans mòbils. Finalment, demostrem les estimacions *a priori* de tipus Gidas-Spruck en el cas de linealitats subcrítiques $f(u) = u^p$, on $1 < p < \frac{n+1}{n-1}$. Per a això, els teoremes de Liouville per $A_{1/2}$ en l'espai total i en un semiespai són ingredients importants. El segon cas del semiespai era conegut i el demostrem usant la transformació de Kelvin, el mètode dels plans mòbils i una identitat hamiltoniana.

- Maria Dolors Llongueras Arola va llegir la seva tesi, dirigida per Antoni Magaña Nieto, titulada *Formación de consorcios en los juegos cooperativos*, el dia 10 de juliol de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya.

L'activitat humana, tant la individual com la col·lectiva, va lligada a situacions que poden generar conflicte d'interessos. Per descriure relacions entre individus, i també entre col·lectius, són usuals paraules com cooperació i competència. La teoria de jocs analitza mitjançant models matemàtics diverses situacions de conflicte que sorgeixen a la política, a l'economia i en altres camps. Els models que corresponen a aquestes situacions es denominen jocs i els agents involucrats, jugadors.

Aquesta memòria se centra en els jocs cooperatius amb utilitat transferible, així com en els conceptes clàssics de solució de Shapley i Banzhaf i les seves generalitzacions. Aquests jocs modelitzen situacions en les quals els jugadors es poden agrupar en coalicions, sent aquestes essencials en la descripció dels jocs. Concretament, aquests jocs vénen caracteritzats pel conjunt de jugadors N i per una funció, anomenada funció característica, que assigna a cada coalició (subconjunt de N) un nombre real que representa la utilitat que aquesta coalició pot obtenir, independentment del comportament dels altres jugadors. L'única condició que ha de complir la funció característica és assignar 0 al conjunt buit.

En particular, s'estudia un tipus d'acció col·lectiva coordinada a la qual poden optar els jugadors per actuar en conjunt: el consorci. Hem sistematitzat l'estudi de la formació de consorcis determinant expressions que contribueixin a l'establiment de criteris objectius sobre la conveniència d'agrupar-se o no en consorci.

D'altra banda, la formació efectiva de coalicions (aliances) quan un conjunt de jugadors actua de forma coordinada, com si fos un únic jugador, constitueix un dels aspectes més estudiats en la teoria de jocs. Per analitzar millor aquestes situacions s'utilitzen les generalitzacions dels valors clàssics als jocs amb estructura de coalicions. Així, per exemple, es pot usar el valor coalicional d'Owen, extensió del valor de Shapley, com a eina per recomanar o desestimar la formació efectiva d'una coalició. També pot fer-se utilitzant el valor coalicional de Banzhaf-Owen, generalització del valor de Banzhaf. Una diferència important entre aquests dos conceptes de solució per als jocs amb estructura de coalicions és que, a part de no ser eficient, el segon no compleix la propietat de simetria en el joc quocient, ni la propietat del joc quocient, les quals sí que satisfà el valor coalicional d'Owen. El semivalor coalicional simètric de Banzhaf és una modificació del valor de Banzhaf-Owen pensada perquè es compleixin les dues propietats esmentades. Finalment, el semivalor p-binomial coalicional simètric és una generalització de l'anterior, en el sentit que si $p = 1/2$ llavors ambdós coincideixen. Hem utilitzat tots aquests conceptes per estudiar la formació de consorcis i aliances.

Entenem que un subconjunt de jugadors pot actuar de forma coordinada, si més no, de les dues maneres anteriors: com a consorci o com a coalició. Per aquest motiu, hem contrastat el fet de formar consorci amb el de constituir una aliança explícita o coalició, utilitzant el valor de Shapley i el valor de Banzhaf, així com els semivalors binomials, per decidir sobre la conveniència d'una o una altra opció. Hem realitzat l'anàlisi, tant des d'un punt de vista global (per a tot el bloc que actua en conjunt) com individual (jugador a jugador). També s'ha estudiat l'efecte de la formació del consorci o la coalició en els jugadors que en queden al marge.

Els resultats teòrics han estat aplicats a casos reals, la qual cosa ens ha permès valorar el seu abast. De fet, un cas real, el Parlament de Catalunya, és analitzat repetidament al llarg de tota la memòria.

En el primer capítol s'exposen els conceptes ja coneguts que s'utilitzen en la resta del treball. Amb el valor de Shapley i la noció de consorci com a eixos centrals, al segon capítol es determinen expressions per a la diferència entre el valor de Shapley d'un jugador en el joc de consorci i el seu valor en el joc original, per a qualsevol nombre de consorcis simultanis que sorgeixin. També es fa el mateix amb el valor de Shapley en el joc de consorci i el valor coalicional d'Owen quan es forma un únic consorci. A la resta del

capítol ens cenyim als jocs simples i, basant-se en les expressions obtingudes en la primera part, es determinen els valors màxims i mínims per a les diferències —esmentades anteriorment, així com els jocs on aquests s'assoleixen.

En el tercer capítol, a partir del semivalor de Banzhaf es fa un estudi similar al del segon. Els resultats obtinguts són anàlegs i, en alguns casos, més generals ja que aquí l'estudi no es restringeix a aliances i consorcis binaris, sinó que es fa per a un nombre qualsevol d'integrants. El quart capítol constitueix una generalització del tercer. S'hi du a terme un estudi similar per als semivalors binomials, dels quals el valor de Banzhaf és un cas particular.

Els jocs de majoria ponderada simètrics, la formació de consorcis i la disciplina de vot constitueixen el nucli central del cinquè i últim capítol. S'hi utilitzen expressions ja deduïdes als capítols anteriors amb la finalitat de valorar la conveniència de la formació d'un o més consorcis simultanis.

Amb aquesta memòria aportem resultats amb els quals es pot:

a) Disposar d'una expressió que facilita l'estudi del joc del consorci, establint, alhora, cotes per a l'interval de variació de la diferència entre l'assignació que rep un jugador en el joc de consorci i la que rebia en el joc inicial.

b) Analitzar la conveniència de la formació efectiva de consorcis (un o varis) utilitzant tant el valor de Shapley com els semivalors binomials i, el seu cas particular, el valor de Banzhaf.

c) Contrastar la formació efectiva d'una coalició amb la d'un consorci, establint valors extrems de la diferència entre el valor d'un jugador en el joc de consorci i el seu valor coalicional, així com detallar jocs on aquests s'assoleixen, en el cas particular dels jocs simples.

En resum, l'objectiu principal d'aquesta memòria, dins de la teoria de jocs cooperatius amb utilitat transferible, és contribuir al desenvolupament de la teoria de jocs en l'àmbit de diferents disciplines com són la política i l'economia.

- Nacho López Lorenzo va llegir la seva tesi, dirigida per Joan Gimbert i Mirka Miller, titulada *Contribución al estudio de excentricidades en grafos dirigidos*, el dia 18 de juliol de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica de la Universitat de Lleida.

Els grafs s'utilitzen com a models matemàtics per a xarxes de tota mena. Moltes de les propietats bàsiques per al funcionament òptim d'aquestes xarxes estan relacionades amb problemes de distància en grafs. Aquestes propietats inclouen la distància des d'un node fixat al node més allunyat d'aquest, és a dir, l'excentricitat. Les propietats mètriques dels grafs, dirigits o no, i en particular l'estudi de les excentricitats, formen l'eix vertebrador a partir del qual es desenvolupen tots els temes d'aquesta tesi. Així, s'estudien operadors de grafs relacionats amb la distància entre vèrtexs del mateix graf, especialment l'operador *dígraf excèntric*: donat un dígraf G, el dígraf excèntric $ED(G)$ té el mateix conjunt de vèrtexs que G i un vertex u és adjacent a un vèrtex v si v és un vèrtex excèntric de u en G. Diversos problemes com són la simetria i la caracterització dels dígrafs excèntrics, són tractats en el context d'aquest operador. Tanmateix, es donen les bases d'un operador mètric generalitzat que intenta unificar els diferents operadors relacionats amb distàncies. Com l'operador dígraf excèntric preserva, per definició, el conjunt de vèrtexs del dígraf original, podem iterar aquest operador i obtenir així una seqüència $\{ED^k(G)\}_{k\geq 0}$ anomenada *seqüència iterada de dígrafs excèntrics*. Aquesta seqüència resulta ésser finita i es defineixen la *cua* t i el *període* p d'un dígraf G com els enters positius més petits pels que $ED^{t+p}(G) = ED^t(G)$ en aquesta seqüència. En particular, s'obté que el valor d'aquests paràmetres depèn, en alguns casos, de la connexió d'un subdígraf del dígraf excèntric de G que hem anomenat *nucli excèntric*.

La *seqüència d'excentricitats* S_G d'un dígraf G està formada per les excentricitats de tots els vèrtexs de G. Mentre que hi ha algorismes eficients que permeten determinar aquesta seqüència per qualsevol dígraf, el problema contrari, és a

dir, caracteritzar aquelles seqüències de nombres enters constituïdes per excentricitats d'algun dígraf, resulta ser més complicat. Les seqüències excèntriques ja han estat estudiades en el cas no dirigit per diversos autors; explorar el cas dirigit ha suposat un repte del qual s'han derivat resultats de diferent tarannà: s'han adaptat resultats del cas no dirigit al cas dirigit, s'ha determinat el caràcter excèntric d'algunes seqüències extremals i s'han determinat completament els conjunts formats per excentricitats de dígrafs.

En aquesta tesi també hi ha una part dedicada a l'estudi d'una determinada classe de dígrafs extremals anomenada *dígrafs radials de Moore*. Aquests dígrafs apareixen en el context de l'anomenat *problema grau/diàmetre* com una aproximació als *dígrafs de Moore*. En aquest cas, es crea un operador basat en el dígraf línia que permet construir dígrafs radials de Moore. L'única família coneguda fins al moment d'aquests dígrafs es reinterpreta com a cas particular d'aplicació d'aquest operador. Per al cas no dirigit, es realitza una construcció general d'un graf radial de Moore de radi dos, i es donen diferents camins que poden ser d'utilitats per tractar el cas general.

- Javier Sánchez Serdà va llegir la seva tesi, dirigida per Dolors Herbera Espinal, titulada *Localization: on division rings and tilting modules*, el dia 18 de juliol de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Sigui R un anell (associatiu i amb unitat). Un *anell de divisió de fraccions* de R és un anell de divisió (un anell diferent de zero on tot element no nul és invertible) que conté R i està generat com a anell de divisió per R.

Si R és commutatiu, R té un anell de divisió de fraccions si i només si R és un domini (anell no nul sense divisors de zero). A més, $Q(R)$, el cos de fraccions de R, és l'únic anell de divisió de fraccions de R i els elements de $Q(R)$ es poden escriure com a fraccions $s^{-1}a$ per a $s, a \in R$, $s \neq 0$.

En general, ésser un domini és una condició necessària però no suficient per a la inclusió dins un anell de divisió. També existeixen dominis R amb més d'un anell de divisió de fraccions i tals que els elements dels anells de divisió de fraccions no es poden expressar com a fraccions. Un exemple és, per a qualsevol cos k i conjunt $X = \{x_i\}_{i\in I}$ amb més d'un element, l'àlgebra lliure $k\langle X\rangle$, és a dir, els polinomis a coeficients a k en les variables no commutatives $\{x_i\}_{i\in I}$.

Una part d'aquest treball tracta el problema de detectar quan dos anells de divisió de fraccions d'un domini són el mateix per a una certa família de dominis. Aquests són els productes creuats $R = kG$ (una generalització d'anell de grup) d'un grup G localment indicable sobre un anell de divisió k. Exemples de grups localment indicables són els grups abelians lliures de torsió, els grups lliures, els grups ordenables... Donem demostracions a dos resultats de I. Hughes [3] i [4]. En el primer es veu que donats kG, un producte creuat com abans, i D_1, D_2, dos anells de divisió de fraccions de kG satisfent una certa propietat d'independència lineal, llavors D_1 i D_2 són el mateix anell de divisió de fraccions. El segon resultat és una font d'exemples d'anells de divisió de fraccions amb aquesta propietat.

En la segona part ens interessem per la forma en què es poden expressar els elements d'un anell de divisió de fraccions D del domini R a partir dels elements de R. Per definició d'anell de divisió de fraccions, $D = \cup_{n\geq 0} D_n$ on definim $D_0 = R$ i, per a tot natural $n \geq 0$, D_{n+1} és el subanell de D generat per D_n i els inversos dels elements no nuls de D_n. Clarament $D_n \subseteq D_{n+1}$. L'*altura d'inversió* de D és l'ínfim dels n tals que $D_n = D$. Fisher [2] va donar exemples d'anells de divisió de fraccions de l'àlgebra lliure en dos generadors $k\langle x, y\rangle$ d'altures 1 i 2. Nosaltres estenem la seva construcció d'altura 2 per a obtenir exemples d'altura 1 i 2 per a $k\langle X\rangle$ on X és qualsevol conjunt de cardinalitat almenys 2, i per l'anell de grup $k[G]$ on G és el grup lliure en X.

Per a una àlgebra lliure $k\langle X\rangle$ sempre existeix l'anomenat anell de divisió de fraccions universal $U(k\langle X\rangle)$ que en la teoria d'anells de divisió juga un paper semblant al del grup lliure en

la teoria de grups. Neumann [5] va conjecturar que si X consta de més d'un element, l'altura d'inversió de $U(k\langle X\rangle)$ és infinit. Reutenauer [6] va provar la conjectura per al cas en què X és un conjunt infinit. Nosaltres demostrem que, efectivament, quan X és finit amb almenys dos elements, l'altura d'inversió també és infinit reduint el problema al cas demostrat per Reutenauer.

Una eina important en l'estudi de les àlgebres de dimensió finita han estat els mòduls *tilting* finitament generats. En els darrers anys, els no necessàriament finitament generats també han tingut rellevància en l'estudi de les categories de mòduls sobre un anell arbitrari. L'exemple típic de mòdul *tilting* no finitament generat és el $\mathbb{Z}$-mòdul $T = \mathbb{Q} \oplus \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$. A [1], donat un anell R i sota certes condicions, es van construir mòduls *tilting* de la forma $T_{\mathfrak{S}} = \mathfrak{S}^{-1}R \oplus \mathfrak{S}^{-1}R/R$, on $\mathfrak{S}$ és un subconjunt d'Ore per l'esquerra de l'anell R. La tercera i última part de la tesi tracta la construcció de mòduls *tilting* mitjançant técniques de *localització universal*, és a dir, s'inverteixen morfismes entre mòduls projectius finitament generats en comptes d'elements de l'anell (que es consideren com a morfismes entre projectius). Provem que sota certes condicions, donats un conjunt $\mathcal{U}$ d'aplicacions entre projectius finitament generats i $R_{\mathcal{U}}$, la localització universal de R a $\mathcal{U}$, llavors $T_{\mathcal{U}} = R_{\mathcal{U}} \oplus R_{\mathcal{U}}/R$ és un R-mòdul *tilting*. A més provem que per a certs anells tots el mòduls *tilting* són d'aquesta manera, com ara els dominis de Dedekind on no tots provenen de localització commutativa.

Bibliografia

[1] Hügel, L. A.; Herbera, D.; Trlifaj, J. «Divisible modules and localization», *J. Algebra*, 294, núm. 2 (2005), 519–551.

[2] Fisher, J. L. «Embedding free algebras in skew fields». *Proc. Amer. Math. Soc.*, 30 (1971), 453–458.

[3] Hughes, I. «Division rings of fractions for group rings». *Comm. Pure Appl. Math.*, 23 (1970), 181–188.

[4] Hughes, I. «Division rings of fractions for group rings II». *Comm. Pure Appl. Math.*, 25 (1972), 127–131.

[5] Neumann, B. H. «On ordered division rings». *Trans. Amer. Math. Soc.*, 66 (1949), 202–252.

[6] Reutenauer, C. «Inversion height in free fields». *Selecta Math. (N. S.)*, 2, núm. 1 (1996), 93–109.